



경희대학교

Report

Big Data Physics



Report

**Big Data Physics/
Restricted Boltzmann Machine (RBM)**

제출일	2022. 12. 21
전공	물리학과
과목	빅데이터 물리학
학번	2017103274
담당교수	고정환 교수님
이름	최정훈
팀원	17 최정훈 19 김은서

Introduction

서론

AI에 대한 연구는 기호 체계를 이용해 다양한 지식들을 논리적 집합으로 표현하는 것(기호 체계 접근법)을 시작으로, 네트워크의 급속한 발전을 통해 저렴한 비용으로 손쉽게 데이터를 사용할 수 있게 되면서, 데이터로부터 정보를 학습하는 지식을 만드는 신호 처리 접근법으로 발전해 나아갔다. 딥러닝 기술은 과거의 전통 통계적 기법들과 비교도 안될 정도로 많은 가중치를 이용해서 보다 복잡한 정보들까지도 학습시킬 수 있는 잠재력을 가진 기술로 정확한 계산을 전제로 하는 물리학과 비교했을 때, 상대적으로 낮은 정확도를 가지지만 훨씬 빠르고 복잡한 문제를 해결할 수 있는 새로운 방법론으로 주목 받고 있다. 딥러닝에 대한 관심이 인류 역사상 가장 높은 현재 TensorFlow 및 PyTorch 등 무료로 제공되는 다양한 라이브러리들을 사용해서 모델을 만드는 것은 더 이상 어려운 과정이 아니게 되었다. 다양한 프로젝트 주제에 대해 고심하던 우리 조는 주제를 선택하는데 있어서 평소에 경험해 보지 못했던 **새로운 모델**을 사용해 보자라는 합의점에 도달 하였으며, 그 기준을 토대로 주제를 선택하기 위한 노력을 하였다. 초기에 주제를 선택하는데 있어서 생성모델과 강화학습 둘 중 하나의 방법을 이용하는 모델을 구현해 보자는 의견이 등장하였고, 우리들은 깊은 고민 끝에 생성모델, 그 중에서 생성모델의 초기모델에 속하는 제한된 볼츠만 머신(Restricted Boltzmann Model; 이하 RBM)에 대해서 공부를 하기로 결정하였고, 이를 토대로 실제로 모델을 생성 및 학습 시켜 본 후, RBM을 통해 생성한 데이터와 GAN을 통해 생성한 데이터에 대하여서 비교해 보기로 하였다. 최근에 머신러닝과 딥러닝에 관심을 가지게 된 경우, RBM에 대해서 많이 들어보지 못했을 것이다. 다른 유명한 모델들에 비교했을 때, 상대적으로 덜 알려진 이름부터 물리학과 친구들의 호기심을 자극하는 제한된 "볼츠만" 머신은 최근 사용되고 있는 다양한 모델들과 상당히 다른 형태로 동작을 하고 있기 때문에 학우들에게 소개(발표)하는 과정에서도 높은 흥미를 끌 수 있을 것이라고 생각했으며, 과거 데이터 전문가(ADP) 과정을 준비하면서 급하게 암기만 하고 넘어갔던 나에게 해당 모델의 작동원리를 알아보며 직접 구현해보는 좋은 경험이 될 것이라고 생각했기 때문에 이를 프로젝트 주제로 선정하게 되었다.

About Restricted Boltzmann Machine

볼츠만 모델에 관하여

- Types and History of Generative Models

생성모델의 종류와 역사

보통 머신 러닝에 대한 책을 처음 읽기 시작하면, 가장 첫 번째 장에서는 앞으로 배운 머신 러닝을 구분하는 방법에 대해서 다루는 내용들이 주로 등장한다. $Deep Learning \subset Machine Learning \subset AI$ 와 같은 포함 관계를 본적이 있을 것이다. 일반적으로 머신러닝 방법들은 $Machine Learning \{ Supervised Learning, Unsupervised Learning, Reinforcement Learning \}$ 와 같이 분류한다. 생성모델은 위의 분류법에 따라 지도적 생성모델과 비지도적 생성모델 모두 존재하며, 대부분은 비지도적 생성모델이기 때문에 Unsupervised Learning의 범주에 넣기도 한다. 최근에 언론에서 많은 관심을 가지고 있는 가상인간이나 새로운 화풍의 이미지 생성, 새로운 음악 생성, 이미지 색채화 및 해상도 개선과 같이 다양한 산업에서 생성모델이 사용되고 있다. 혹은 생성하는데 비용이 많이 들고 많이 관측될 수 없는 현상에 대한 데이터의 경우, 생성모델을 통해서 새로운 데이터를 대량으로 생산할 수 있으며 이를 다시 학습에 사용하는 방법이 다양한 연구에서 사용되고 있다. 이처럼 재미있고 활용도 높은 생성모델 중 RBM을 소개하기 앞서서 생성모델의 종류와 그들의 역사에 대해서 간략하게 이야기 해보고자 한다.

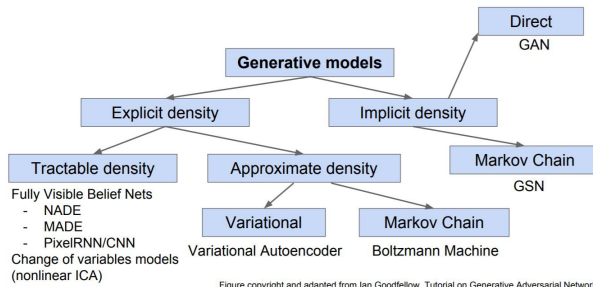


Figure copyright and adapted from Ian Goodfellow, Tutorial on Generative Adversarial Networks, 2017.

Ian Goodfellow, Tutorial on Generative Adversarial networks, 2017

머신러닝 역사를 이야기 할 때, 이론적의 시작은 일반적으로 18 세기 중반 베이즈 정리(Bayes' theorem)의 토대가 등장한 시기를 이야기한다. 이 후 컴퓨터가 등장한 20 세기 중순부터 우리가 들어보았을 법한 많은 분류 및 회귀 모델들이 등장하였고, 생성모델이라는 범주는 1980 년에 처음으로 세상에 등장하게 된다. 생성 모델의 선구자로 불리며, GAN(Generative Adversarial Network)을 2014 년 논문으로 발표한 이안 굿펠로우(Ian Goodfellow)의 생성모델을 분류한 바에 따르면, Generative models 는 크게 Explicit density estimation 와 Implicit density estimation 범주로 나눈다. 생성 모델의 목적이 입력된 $p_{data}(x)$ 분포에 대해서 이와 유사한 $p_{model}(x)$ 분포를 얻는 것이라고 할 수 있다. $p_{model}(x)$ 분포를 얻는데 있어서 Explicit density estimation 는 $p_{data}(x)$ 분포를 직접적으로 구하는 방법으로 Tractable density 와 $p_{data}(x)$ 를 단순히 추정하는 Approximate density 방법으로 나누어 진다. Tractable density 에는 Fully Visible Belief Nets(PixelCNN, PixelRNN, NADE, MADE)등이 있으며, 학습 데이터의 분포를 학습하였기 때문에 뚜렷한 이미지를 얻을 수 있지만, 높은 연산량으로 속도가 느리다는 문제점이 있다. Approximate density 에는 $p_{data}(x)$ 분포의 잠재 코드 값(확률)을 추출하는 (Variational) Auto-Encoder 가 포함되며¹, 우리 조의 주제인 **RBM** 또한 Markov Chain 의 특성을 이용해 입력 $p_{data}(x)$ 의 분포를 근사하기 때문에 이의 범주에 포함된다. 위의 Explicit density estimation 를 이용한 방법들이 생성모델에서 가장 먼저 사용된 분야로 RBM 과 Auto-Encoder 는 1980 년대 초창기 생성모델로 등장했다. 현대에도 RBM 의 hidden layer 를 다층으로 구성한 심층 신뢰 신경망(Deep Belief Network)의 형태로 Auto-Encoder 는 Variation Auto-Encoder(2014)와 심층 인공신경망에 포함되어 사용되고 있다.

Implicit density estimation 을 사용하는 모델에서는 $p_{data}(x)$ 분포에 대해서 학습하는 과정이 없다. Implicit density 에는 생성기(Generator Network)와 판별기(Discriminator Network)들의 상반되는 목적을 서로 달성하기 위해 경쟁하는 방식으로 학습을 수행하는 GANs 이 있다. 생성기는 latent space z (랜덤 벡터)로부터 가짜 이미지를 Mapping 하는 과정이기에 $p_{data}(x)$ 의 분포가 직접적으로 입력되는 경우는 없기 때문에 이는 Implicit density estimation 에 포함되며, 이 후 2016 년 GAN 의 Fully-connected layer 구조를 Convolution Layer 로 치환한 DCGAN(Deep Convolutional GAN) 등장으로 생성 모델의 역사가 새롭게 시작되었다. DCGAN 은 GAN 보다 안정적인 학습이 가능하며, 이미지에서의 산술 연산(vector arithmetic)이 가능하다는 점에서 LSGAN, PGGAN, SRGAN, CycleGAN, StarGAN 등 다양한 GANs 들의 기본 구조로 사용되고 있다.

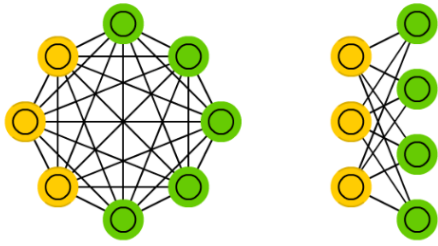
- Statistical Principles of RBM

RBM 통계적 원리

위에서 RBM 은 Explicit density estimation 에서 Approximate density 범주에 포함되는 생성 모델임을 기억하면서 RBM 의 통계적 원리에 대해 알아보자. 이를 사람의 얼굴을 학습하는 모델에 대하여 쉽게 생각해 볼 수 있다. $p_{data}(x)$ 는 입력된 데이터의 분포를 나타내는 것으로 이를 완벽하게 학습하기 위해서는 모집단의 얼굴 부위별 모양에 대해서 완벽하게 확률밀도함수(PDF)를 알아야 한다. 이 후, 학습된 분포를 토대로 확률적으로 얼굴의 부위별 모양을 결정하게 되면, 우리는 새로운 사람의 얼굴 이미지를 생성할 수 있게 된다. 생성 모델에서 학습된 분포 $p_{model}(x)$ 를 토대로 결과물을 출력하는 과정을 Sampling 이라고 칭한다.

¹ 학습데이터에 대해서 AE의 경우 잠재 코드의 값으로 근사하며, VAE는 잠재 코드의 확률 분포(Gaussian Distribution)를 이용해 근사한다.

Boltzmann Machine (BM) Restricted BM (RBM)



The Neural Network Zoo

<https://www.asimovinstitute.org/neural-network-zoo/>

위의 모델을 간략화 시킨 그림에서 초록색은 Hidden Cell 을 의미하며, 노란색은 Input Cell(RBM 에서는 Visible Cell)이며, 각 Cell 은 별개의 특징에 대한 상태를 담고 있으며 각각 내재적인 특성과 외재적인 특성을 설명하기 위해 구분한다. 좌측의 Boltzmann Machine 과 우측의 Restricted BM 의 차이점은 같은 Layer 에 대한 연결의 유무이다.² BM 대신 RBM 을 사용하는 가장 큰 이유는 Hidden Cell 과 Visible Cell 사이의 독립을 가정함으로써 $p(h|v)$ & $p(v|h)$ 를 계산할 수 있다는 점이며, 이는 이후에 샘플링 과정을 단순화 할 수 있다. 즉, RBM d 개의 Visible Cell 와 n 개의 Hidden Cell 사이의 가중치 $w^{n \times d}$ 를 가지는 모델로 우리가 흔히 알고 있는 Single Layer Perceptron 과 유사하게 생각할 수도 있지만, RBM 은 데이터를 입력하는 층과 결과를 출력 받는 층이 Visible Cell Layer 로 동일하다는 차이점이 있다. 모델의 형태를 정했기 때문에, 입력되고 출력되는 값들을 비교하기 위해서 정량적(수치적)로 사용할 수 있는 기준이 필요한데 이 때 RBM 에서 사용되는 기준을 **Energy** 라고 부르기 때문에 이와 같은 모델들을 **Energy Based Models(EBMs)**라 부른다.

$$E(v, h) = -h^T W v - b^T v - c^T h \quad \text{Energy}$$

정의해주는 Energy 는 위와 같다. 우리는 앞으로 $E(v, h)$ 의 값을 v, h 상태와 매칭(or Mapping)되는 값이라고 생각할 것이다. 위에서 첫 번째 항은 hidden-visible cells 사이의 interaction 을 두 번째, 세 번째 항은 각각 visible, hidden cell 의 상태 빈도를 학습하기 위한 항이다.) Energy 의 분포를 Boltzmann Distribution³로 가정할 경우, 모든 *visible, hidden* 상태에 대해서 특정 v, h 의 확률은 아래와 같다.

$$p_{w, b, c}(v, h) = \frac{\exp(-E(v, h))}{Z}, \text{ where } Z = \sum_{v, h} \exp(-E(v, h))$$

하지만, RBM 모델을 구성할 때, hidden layer 는 우리가 모르는 상태에 대한 항이기 때문에 hidden Cell 값을 식으로 포함시킬 경우, 새로운 함수 $F(v) = -\log \sum_h \exp(-E(v, h))$ 를 정의함으로써 아래와 같이 나타낼 수 있으며, 이 때 새로 정의해준 함수를 Helmholtz Free Energy 에서 이름을 따서 Free Energy 라고 부른다.

$$p_{w, b, c}(v) = \sum_h \frac{1}{Z} e^{-E(v, h)} = \frac{1}{Z'} e^{-F(v)}, \text{ where } Z' = \sum_v \exp(-F(v))$$

Visible Unit 과 Hidden Unit 의 상태가 {0, 1}인 경우만 생각하는 경우, 이를 **Bernoulli RBM** 이라고 칭한다. Bernoulli RBM 에서 Free Energy 의 h 항은 0, 1 로 아래와 같이 변환 가능하다.⁴

$$F(v) = -b^T v - \sum_{i=1}^n \log(1 + e^{c_i + W_i v}) \quad \text{Bernoulli Helmholtz Free Energy}$$

우리가 사용하는 모델이 Bernoulli RBM 임을 이용하면, 조건부 확률 $p(h|v)$ 와 $p(v|h)$ 를 아래와 같이 정리할 수 있다.⁵

(* 동일한 layer 사이의 독립을 가정하는 RBM 이기 때문에 조건부 확률은 $p(h|v) = \prod_j p(h_j|v)$ 를 만족한다.)

² visible layer와 hidden layer 사이의 interaction을 무시하는 것은 입력 데이터 간의 독립성을 가정한다.

이는 시계열 데이터 분석이나, 연관성 분석처럼 하나의 데이터 사이의 독립성을 가정하지 못하는 데이터를 제외하면 필요 없는 항임

³ $p_i \propto e^{-\epsilon_i/kT}$

⁴ Bernoulli RBM은 입력에 대해서 {0, 1}로 변환하는 인코딩 과정을 거치기 때문에 높은 해상도(resolution)을 얻기는 힘들다.

⁵ 이진 분류이기 때문에 $p(h_i = 1 | v) = 1 - p(h_i = 0 | v)$ 와 같다.

$$p(h_i = 1 | v) = \sigma(c_i + W_i v)$$

$$p(v_j = 1 | h) = \sigma(b_j + W_j^T v)$$

정량적으로 조건부 확률과 비용(Energy)에 대한 정의를 끝냈다. 그렇다면, RBM 에서 샘플링(Sampling) 과정에 대해서 자세히 들여다 보고, 모델의 학습 과정에 대해서 알아보자. RBM 은 입력된 데이터 $\vec{v}^{(l)}$ 을 이용해서 hidden layer 의 $\vec{h}^{(l)}$ 를 얻을 경우 이는 입력 데이터의 분포를 일정 학습한 분포이며, 동일한 방법 $\vec{h}^{(l)}$ 을 이용해서 $\vec{v}^{(l+1)}$ 를 얻고 이는 $p_{data}(x)$ 의 분포를 $p_{model}(x)$ 이 학습하고 있는 과정이라고 할 수 있다.

$$\vec{h}^{(l)} \sim p(\vec{h} | \vec{v}^{(l)})$$

$$\vec{v}^{(l+1)} \sim p(\vec{v} | \vec{h}^{(l)}) \quad \text{sampling process}$$

만일 $p_{data}(x)$ 분포를 직접적으로 구하는 Tractable density 추정을 위해서는 $F(\vec{v}^{(l+1)}) =: F(\vec{v}^{(l)})$ 로 수렴할 때까지 위의 과정을 반복해야 한다. 이와 같은 추정은 높은 시간과 연산을 요구하기 때문에 Approximate density 에 포함된 RBM 모델은 분포에 근사를 이용한다.

Check √; Sampling Process 가 Loss 가 작아지도록 진행하는 학습 과정이라고 할 수 있는가? {

가능도의 곱이 최대가 되는 Parameters(W, b, c)를 모수의 추정치로 하는 방법을 최대 우도 추정 방법(Method of Maximum Likelihood)라 부른다. Sampling Process 를 통해 얻은 Parameters 가 학습이 잘 되었다면, 이 때의 가능도의 곱이 최대일 것이다. 학습 과정 Gradient Ascent 를 통해 최대값으로 수렴시킬 수 있다.

$$\theta^{l+1} := \theta^l + \alpha \frac{\partial}{\partial \theta} \ln p(v)$$

즉, 학습이 될수록 $\frac{\partial}{\partial \theta} \log p(v)$ 의 값의 크기가 작아질 것이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln p(v) &= \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \frac{\exp(-F(v))}{Z'} = \frac{\partial}{\partial \theta} (-F(v) - \ln(Z')) \\ &= -\frac{\partial}{\partial \theta} F(v) - \frac{\partial}{\partial \theta} \ln (\sum_{\vec{v}} \exp(-F(\vec{v}))) \\ &= -\left[\frac{\partial}{\partial \theta} F(v) - \sum_{\vec{v}} \frac{\exp(-F(\vec{v}))}{Z'} \frac{\partial}{\partial \theta} F(\vec{v}) \right] \\ &= -\left[\frac{\partial}{\partial \theta} F(v) - \sum_{\vec{v}} p(\vec{v}) \frac{\partial}{\partial \theta} F(\vec{v}) \right] \end{aligned}$$

Expected Value $E(x) = \sum x P(x)$ 임을 이용하면,

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln p(v) = -\left[\frac{\partial}{\partial \theta} F(v) - E_p \left\{ \frac{\partial F(\vec{v})}{\partial \theta} \right\} \right]$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이는 위의 Sampling 의 목적이었던, $F(\vec{v}^{(l+1)}) =: F(\vec{v}^{(l)})$ 와 동일한 형태 임을 알 수 있다. 따라서, Sampling 과정을 통해서 학습하는 과정은 MLE 추정 방법을 사용하는 것과 동일하다고 할 수 있다.

};

Sampling Process 를 이용해서 분포의 approximate density 를 학습한다는 것은 $F(\vec{v}^{(l+1)}) =: F(\vec{v}^{(l)})$ 를 만족할 때까지 반복하는 것이 아닌, 일정 횟수만 Sampling Process 를 반복한 후 이를 이용하는 것을 의미한다. 이와 같은 학습 방법을 Contrastive Divergence(CD)라 한다.⁶ Geoffrey Hinton 의 연구에 따르면, 단 한번의 샘플링을 한다고 하여도 Local Minimum 로 수렴하는데 큰 어려움이 없다는 사실을 실험적으로 보였으며, 추후에 이론적 증명이 되었다고 한다.

- RBM Implemented code RBM 구현 코드

Bernoulli RBM 은 사용하는데 한계가 존재한다. 현재의 DCGAN 모델들의 성능을 생각하면서, 데이터를 선택하면 학습이 되었는지 전혀 되지 않았는지 구분하기 어려울 수도 있기 때문에 비교적 단순한 데이터를 사용할 수 밖에 없었다. 최근 픽셀 컬러당 10bit 의 정보를 담고 있는 이미지도 등장하였지만, 우리가 사용하는 Bernoulli RBM 은 0 과 1 만을 입력으로 받을 수 있으며 동일하게 0 과 1 만 출력한다. 픽셀 당 1bit 만으로도 명확하게 구분할 수 있는 데이터를 생각했을 때, 손 글씨 이미지(MNIST)를 학습하는 것이 가장 적절할 것이라고 생각했기에 이를 사용하게 되었다.

MNIST database (Modified National Institute of Standards and Technology Database)는 이미지 학습에 가장 많이 사용되는 데이터베이스 중 하나로 일반적으로 사용되는 데이터는 28x28 개의 픽셀로 구성되어 있으며 하나의 픽셀 당 1byte 의 정보를 가진 흑백 1 채널 데이터이다.

코드는 2 개의 코드로 구성되어 있다. (mnist_load.py, rbm_fit.py) mnist_load.py 는 torchvision.datasets 에서 단순히 데이터를 로드 하는 과정이기에 설명을 생략한다.

rbm_fit.py 는 크게 3 개의 함수 및 클래스를 정의한다.

```
- func: save_img(file_name, img)
- class: RBM(n_vis, n_hid, k)
- func: main
```

save_img:

모델을 통해서 얻은 결과값은 이미지를 나타내는 값이다. 따라서 이를 시각화 하지 않을 경우, 학습의 정도를 파악하는 것이 어렵기 때문에 체크 포인트마다 얻은 결과값을 이미지로 디스크에 저장하기 위한 함수이다.

RBM:

*rbm_fit.py*에서 사용하는 RBM 모델을 정의하기 위한 클래스이다. 클래스는 아래와 같이 구성되어 있다.

```
Instance variables {
- w
  visible cell - hidden cell 사이의 가중치 (hidden_size x visible_size)
- v_bias
  visible cell bias
- h_bias
  hidden cell bias
- k
  Contrastive Divergence; CD 횟수 지정(위에서 설명한 바와 같이 k=1 사용)
}
```

⁶ The learning rule is much more closely approximating the gradient of another objective function called the Contrastive Divergence (Hinton, 2002)

```
methods {
```

```
- init
```

클래스 생성자로 instance variables 생성 및 초기화를 수행한다.

visible cell 의 개수는 우리가 알고 있는 특징들을 의미하기에 입력 데이터 개수(28x28=784)와 같다.

```
- sampling(p)
```

입력 받은 확률에 대한 분포를 생성해서 리턴

```
- v_to_h(v)
```

$\vec{h}^{(l)} \sim p(\vec{h} | \vec{v}^{(l)})$ 과정을 의미

$p(h_i = 1 | v) = \sigma(c_i + W_i v)$ 의 값을 *sampling* 함수를 이용해서 $\vec{h}^{(l)}$ 생성

$p(h_i = 1 | v)$, $\vec{h}^{(l)}$ 리턴

```
- h_to_v(h)
```

$\vec{v}^{(l+1)} \sim p(\vec{v} | \vec{h}^{(l)})$ 과정을 의미

$p(v_j = 1 | h) = \sigma(b_j + W_j^T v)$ 의 값을 *sampling* 함수를 이용해서 $\vec{v}^{(l+1)}$ 생성

$p(v_j = 1 | h)$, $\vec{v}^{(l+1)}$ 리턴

```
- forward(v)
```

training data $\vec{v}^{(0)}$ 받아서 설정된 CD 횟수 k 번 만큼 *sampling* 수행

$\vec{v}^{(0)}$, $\vec{v}^{(k)}$ 리턴

```
- freeEnergy(v)
```

Loss 로 사용되는 $F(v) = -b^T v - \sum_{i=1}^n \log(1 + e^{c_i + W_i v})$ 값을 리턴

```
}
```

main:

rbm_fit.py 의 main 함수로 RBM 인스턴스 생성 및 학습 수행. 학습 이 후, 테스트 데이터를 이용한 평가 수행.

(데이터를 학습하기 전 data 의 bernoulli() 메소드를 통해 값을 부호화 처리해 주어야 함 :: 우리가 사용하는 모델은 Bernoulli RBM 임)

이하 전체 코드는 아래와 같다.

rbm_fit.py

```
#!/opt/homebrew/Caskroom/miniforge/base/envs/tf_38/bin/python
import numpy as np
import torch
import torchvision
import matplotlib.pyplot as plt

def save_img(file_name, img):
    f = "./pic/%s.png"%file_name
    img=np.transpose(img.numpy(), (1, 2, 0))
    plt.imsave(f, img)

# RBM model with torch
class RBM(torch.nn.Module):
    def __init__(self, n_vis=784, n_hid=500, k=5):
        super(RBM, self).__init__()
        # weights rand initialize
        self.W=torch.nn.Parameter(torch.randn(n_hid, n_vis)*1e-2)
        # bias 0 initialize
        self.v_bias=torch.nn.Parameter(torch.zeros(n_vis))
        self.h_bias=torch.nn.Parameter(torch.zeros(n_hid))
```



```

# Number of Divergence
self.k=k

def sampling(self, p):
    # from Gaussian distribution: achieve probability
    _p=p-torch.autograd.Variable(torch.rand(p.size()))
    # if _p>p return 1 else return -1;
    p_sign=torch.sign(_p)
    # with Relu-> if _p>p return 1 else return 0;
    return torch.nn.functional.relu(p_sign)

def v_to_h(self, v):
    #  $P(h_i=1|v)=\text{sigmoid}(c_i+W_i*v)$ 
    p_h=torch.sigmoid(torch.nn.functional.linear(v, self.W, self.h_bias))
    sample_h=self.sampling(p_h)
    return p_h, sample_h

def h_to_v(self, h):
    #  $P(v_j=1|h)=\text{sigmoid}(b_j+W'_j*h)$ 
    p_v=torch.sigmoid(torch.nn.functional.linear(h, self.W.t(), self.v_bias))
    sample_v=self.sampling(p_v)
    return p_v, sample_v

def forward(self, v):
    p_h0, h0=self.v_to_h(v)
    _h=h0
    for _ in range(self.k): # Divergence count
        _p_v, _v=self.h_to_v(_h)
        _p_h, _h=self.v_to_h(_v)

    return v, _v # return initial v and after k times divergenced _v

def freeEnergy(self, v):
    #  $F(v)=-b*v-\text{SUM}_i [ \text{Log}(1+\text{exp}(c_i+W_iv)) ]$ 
    vbias=v.mv(self.v_bias) #  $b*v$ 
    wx_b=torch.nn.functional.linear(v, self.W, self.h_bias) #  $c+Wv$ 
    sum_i=torch.log(1+torch.exp(wx_b))
    ssum=torch.sum(sum_i, dim=1)
    #  $F(v)^{(1)}$ 
    return (-ssum-vbias).mean()

if __name__=="__main__":
    # k=1 conversion 1 times
    rbm=RBM(k=1)
    # optimizer Adam
    optimizer=torch.optim.Adam(rbm.parameters(), 1e-3)

    batch_size=64
    train_loader = torch.utils.data.DataLoader(
        torchvision.datasets.MNIST('./', train=True, download=True,
transform=torchvision.transforms.Compose([torchvision.transforms.ToTensor()])), batch_size=batch_size)

    test=torchvision.datasets.MNIST('./', train=False,
transform=torchvision.transforms.Compose([torchvision.transforms.ToTensor()]))
    # test with 32 data
    sample_data=test.data[:32, :].view(-1, 784)
    sample_data=sample_data.type(torch.FloatTensor)/255.

```

```

v, v1=rbm(sample_data)
save_img("label", torchvision.utils.make_grid(v.view(32, 1, 28, 28).data))
save_img("before_train", torchvision.utils.make_grid(v1.view(32, 1, 28, 28).data))

for epoch in range(100):
    loss=[]
    for _, (data, label) in enumerate(train_loader):
        data=torch.autograd.Variable(data.view(-1, 784))
        # we consider bernoulli h
        _sample_data=data.bernoulli()
        # forward
        v, v1=rbm(_sample_data)
        _loss=rbm.freeEnergy(v)-rbm.freeEnergy(v1)
        loss.append(_loss.data.item())
        optimizer.zero_grad()
        _loss.backward()
        optimizer.step()
    print("EPOCH: %d\r" %(epoch+1), flush=True, end="")
    save_img("epoch%d" %(epoch+1), torchvision.utils.make_grid(v1.view(32, 1, 28, 28).data))

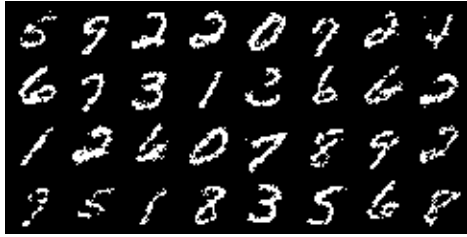
v, v1=rbm(sample_data)
save_img("after_train", torchvision.utils.make_grid(v1.view(32, 1, 28, 28).data))
plt.plot(loss, "co")
plt.show()

```

Conclusion and Impression 결론 및 느낀 점

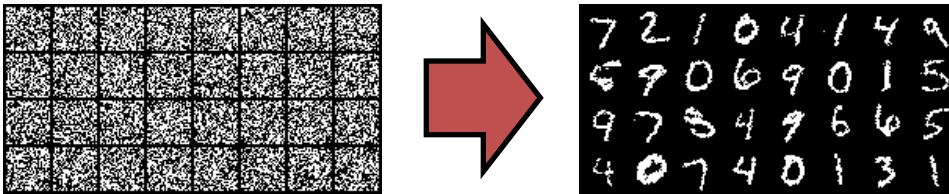
처음 머신러닝과 딥러닝에 관심이 생기고, 다양한 형태의 딥러닝을 공부해 보고 싶었기에 많은 모델들을 구현해보고 이해하기 위해서 노력해 본적이 있다. 그러던 중 만나게 된 Restricted Boltzmann Machine 은 이전의 모델들과는 많이 다른 모습을 가지고 있었다. 다른 모델들에 비해 압도적으로 많은 수학 수식들로 인해 다양한 커뮤니티에서 악명이 높았던 RBM 및 Energy Based Models 에 나 또한 겁이 났었고, GANs 라는 더 높은 성능을 발휘하는 모델에 묻혀 현대에는 많이 사용되지 않는 "역사속으로 사라진 모델" 이라고 스스로 위로하며 애써 못 본 척 넘어 갔던 기억이 난다. 교수님께서 이번 프로젝트에서 평소라면 귀찮아서 하지 않았을, 하지만 이렇게 시간이 주어진다면 하고 싶은 주제에 대해서 프로젝트를 진행해 보라는 말씀이 들리고, RBM 이 스치듯이 떠올랐고 팀원들과 함께 공부해보고 한번 구현해 보기로 마음을 먹게 되었다.

RBM 은 학습시키기 어렵다고 악명이 높은 GAN 에 비교했을 때, 굉장히 학습 시키는 것이 쉬웠다. 학습을 시킬 때 이전에 GAN 로 이미지를 생성시켰을 때, 100 번 정도의 Epoch 를 수행시켰을 때, 그럴 듯한 MNIST 이미지가 생성되었던 것이 생각이나 동일하게 100 Epoch 로 설정하고 수행하였으나, 대략 10 Epoch 에서부터는 더 이상 성능이 향상되지 않는다는 것을 느꼈다. 이를 토대로 봤을 때, RBM 은 굉장히 학습 시키기가 쉬운 모델이라는 생각이 들었다.



RBM 20 epoch 이 후, 학습데이터에 대한 생성한 이미지

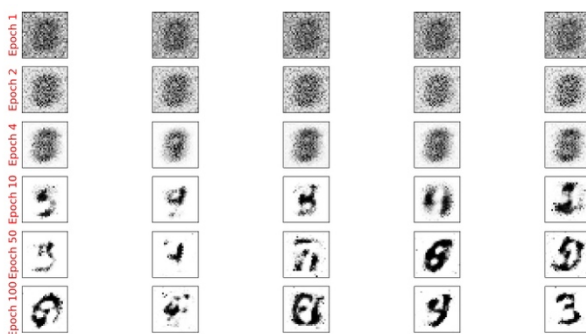
이미지를 살펴보면, 손 글씨가 인간이 판단할 수 있는 수준 이상으로 생성해 낸 것을 확인할 수 있다. 이미지가 기대보다 흐릿하다고 생각할 수 있을 것이다. 하지만, 해당 모델이 0 과 1 만 출력하는 Bernoulli RBM 임을 생각하면, 상당히 잘 학습하였다는 생각이 들었다.



학습이 되지 않았을 때, 랜덤(임의의) 분포에 대한 결과물을 리턴 하였지만, 학습에 사용된 이미지의 분포를 학습한 이후, 우리가 원하는 수준의 손 글씨를 생성했다고 결론을 내릴 수 있었다.

입력된 데이터보다 화질이 떨어지거나 거의 유사한 데이터를 왜 생성하는 것일까? 이에 대해서는 생성 모델의 사용 범주에 대해서는 위에서 설명한 바⁷가 있지만, 우리의 프로젝트 목표와 같이 때문에 다시 한번 언급하겠다. 생성 모델의 가장 큰 목적은 입력되는 데이터의 분포 즉, 양상을 학습하는데 있다. 분포를 학습하게 되면, 이를 토대로 생성모델은 무수히 많은 데이터를 생성해 낼 수 있는 능력을 갖게 된다. 이를 이용해서 학습 할 때, 부족한 데이터이거나 관측이 어려운 데이터의 패턴을 학습해서 쉽게 생성해 내거나, 기존에 존재하지 않는 것을 창조해 낼 수 있는 능력이 있기 때문에 생성 모델이 중요하다고 생각한다.

마지막으로, 우리가 공부하였던 Energy Based Models 와 최근 생성 모델 연구에서 주목받고 있는 Explicit Sampling 모델들에 대한 간단한 비교하면서 보고서를 마무리 해보고자 한다.



GAN (not DCGAN) MNIST Validation

위의 사진은 대략 1 년 전 GAN 에 대해 공부해 보면서 MNIST 데이터를 단순한 모델을 만들어서 학습시켰던 데이터가 남아 있어 비교를 위해 가져왔다. 해당 GAN 모델은 Tensorflow 로 구현하였고, 이번 프로젝트에서 생성한 RBM 모델과 거의 유사한 가중치 개수를 가지는 모델이었다. 비교를 해보면 GAN 이 학습하는 과정이 훨씬 느리다는 느낌을 받을 수 있을 것이다. 최근에 보다 다양하고 강력한 GANs 들은 보다 높은 정확도와 학습 안정성을 지니고 있지만, 나는 RBM 의 직접적인 통계 샘플링

⁷ 생성 모델의 종류와 역사 (해당 보고서 pg. 3)

